

Modellvalidierung durch Vergleich von Prognose und Wirklichkeit ¹

von Ján Ďurský
Lehrstuhl für Waldwachstumskunde, LMU München

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit zeigt einige methodische Aspekte der Validierung des Wachstumsmodells SILVA 2.2 und die Ergebnisse der Validierung für die Baumart Fichte. Im Vordergrund des Vergleichs von Prognose und Wirklichkeit stehen forstlich relevante Variablen wie Durchmesserzuwachs von Einzelbäumen, Volumenzuwachs und die Mitteldurchmesser- und Mittelhöhenentwicklung des Bestandes. Bei der Prognose des Durchmesserzuwachses kann man durchschnittlich die Genauigkeit 30-35% (P=68%) erwarten und abhängig von der Witterungsperiode auch die Verzerrung des Zuwachses. Der Volumenzuwachs eines Fichtenbestandes wird im Durchschnitt verzerrungsfrei prognostiziert, und die Genauigkeit einer Prognose (P=68%) liegt bei 19.8%. Eine 30-jährige Prognose des Vorrates eines Fichtenbestandes ist auch im Durchschnitt ohne systematische Abweichungen, aber die Differenzen zwischen realen und prognostizierten Vorräten weisen einen zeitlichen Trend auf. Der Vergleich von Forsteinrichtungsdaten in ausgewählten Wuchsbezirken in Bayern mit den Prognosen von Mittelhöhe und Mitteldurchmesser auf den verbreitetsten Fichtenstandorten zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen Prognose und Wirklichkeit.

1. Einleitung

Die neue Generation forstlicher Managementmodelle (PRETZSCH 1992; HASENAUER 1994; STERBA 1995; NAGEL 1994) hat auch in Mitteleuropa in der forstlichen Praxis erste Einsätze hinter sich. Um eine bessere Akzeptanz in der Praxis zu erzielen, orientiert sich die waldwachstumskundliche Forschung stärker in Richtung der Evaluierung. Dabei hat sich gezeigt, daß der Prozess der Evaluierung sehr komplex ist und eine wichtige Rolle dabei die Modellvalidierung durch Vergleich von Prognose und Wirklichkeit spielt. Es handelt sich um einen relativ einfachen Ansatz, bei dem die Ergebnisse einer bestimmten Prognose mit realen und unabhängigen Daten konfrontiert werden.

Hier soll ein Beitrag zur Bereicherung von Validierungstechniken geleistet und konkret für das Wachstumsmodell SILVA 2.2 (KAHN UND PRETZSCH, 1998) auch die ersten Ergebnisse der Validierung vorgestellt werden. Die Validierung wurde auf drei Ebenen in Verbindung mit forstlich relevanten Variablen für die Baumart Fichte durchgeführt. Auf der Einzelbaumebene wurden die Durchmesserzuwächse in einer Prognoseperiode (5 Jahre), auf der Bestandesebene die 30-jährige Prognose des Vorrates validiert und auf der Regionalebene die langfristig prognostizierten Oberhöhen- und Mitteldurchmesserentwicklungen mit den Forsteinrichtungsdaten verglichen.

2. Validierung des Durchmesserzuwachses

Das Durchmesserzuwachstmodell gehört zu den Schlüsselmodellen des Einzelbaumsimulators und beeinflusst nicht nur die Dimension der Bäume, sondern auch die Bestandesdichte, weil es oft mit dem Mortalitätsmodell gekoppelt ist. Deswegen sind die Ansprüche an die Prognoserichtigkeit des Durchmesserzuwachses besonders hoch. Abgesehen von der Modellkonstruktion von SILVA 2.2, bei der die abstandsabhängige Konkurrenz eine große Rolle spielt, wurde für die Validierung eine Methode entwickelt, die die Einzelbaumstruktur und so auch die Konkurrenz berücksichtigt.

Für die Ermittlung der Prognoserichtigkeit wurde auf das Versuchsflächennetz des Lehrstuhls für Waldwachstumskunde zurückgegriffen, wobei nur solche Versuchsflächen genutzt wurden, die für

¹Vortrag anlässlich der Jahrestagung 1999 der Sektion Ertragskunde im Deutschen Verband Forstliche Forschungsanstalten, Tagungsbericht, S. 33-44

die Parametrisierung der Zuwachsfunktion nicht verwendet worden sind und auf denen die Position der Bäume bekannt ist (Tab. 1). Dabei handelt es sich um sieben Aufnahmen in Rein- und Mischbeständen aus dem Beobachtungszeitraum von 1961 bis 1996. Insgesamt wurden 2254 Bäume in verschiedenen Waldstrukturen untersucht.

Tab. 1 Verwendete Daten für den Vergleich von Einzelbaumprognose (SILVA 2.2) und Wirklichkeit für die Baumart Fichte

Versuch	Versuchsart	Aufnahmeperiode	Anzahl der Parzellen	Anzahl der Bäumen
Ruhpolding 113	Plenterwald-Versuch	1961F-1971H, 1971H-1980H, 1980H-1987H, 1987H-1994H	1	39
München 145	Überführungs-Versuch	1991F-1998H	2	703
Fürstfeldbruck 612	Standraum-Versuch	1992F-1996H	21	1074
Weißenburg 613	Durchforstungs-Versuch	1987F-1996F	6	438

Der Ablauf der Validierung vollzieht sich wie folgt: Jeder Bestand wird mit seinen Standortinformation eingelezen und genau wie in der Realität die gleiche Struktur (Disposition von Koordinaten) erzeugt. Dieser Bestand wird auf der Basis der Baumliste durchforstet bzw. die im Bestand natürliche Mortalität eingesteuert. Weil es sich dabei um die gleichen Bäume wie im Originalversuch handelt, wurde auch der gleiche Effekt der Freistellung nachgebildet. Dann wird der Bestand fünf Jahre fortgeschrieben. Um stochastische Modelleffekte zu eliminieren wird dieser Vorgang fünfmal wiederholt. Aus den daraus folgenden 5 Durchmesserzuwächsen wird pro Baum der arithmetischer Mittelwert (\bar{zd}_{progn}) berechnet und so die von Zufallsprozessen verursachte Streuung (diese charakterisiert die Präzision des Modells) minimiert. Dieser Mittelwert der Durchmesserzuwächse wird dem wirklichen Baumdurchmesser-zuwachs (zd_{real}) gegenübergestellt und die absolute Differenz (e) bestimmt:

$$(1) \quad e = \bar{zd}_{progn} - zd_{real}$$

Über alle Aufnahmen und Bestände wurden die Charakteristika der Verzerrung (2) und der Genauigkeit (3) ermittelt:

$$(2) \quad \bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^n e_i}{n} \quad \text{bzw.} \quad \bar{e} \% = \frac{\bar{e} \cdot 100}{zd_{real}}$$

$$(3) \quad s_e = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-1}} \quad \text{resp.} \quad s_e \% = \frac{s_e \cdot 100}{zd_{real}}$$

wobei n die Anzahl der Bäume im Bestand ist. Die Resultate der Berechnungen sind in der Abbildung 1 zusammengefaßt. Die Ergebnisse zeigen, daß

- insgesamt keine systematische Verzerrung der Durchmesserzuwächse bestätigt werden konnte ($e \% = 6.3$, $t=1.61$),
- in einzelnen Beständen und bei einzelnen Aufnahmen die Differenzen systematische Abweichungen im Intervall von -30% bis 70% aufweisen, die vor allem von der Witterung in der Prognoseperiode abhängig sind,

- die Genauigkeit ($P=68\%$) der Durchmesserzuwachsprognose der Einzelbäume zwischen 16.8% in strukturarmen Beständen und 48.9% in strukturreichen und sehr dichten Beständen liegt,
- in den meisten Beständen die Genauigkeit ($P=68\%$) der Durchmesserzuwachsprognose der Einzelbäume zwischen 30 und 35% beträgt.

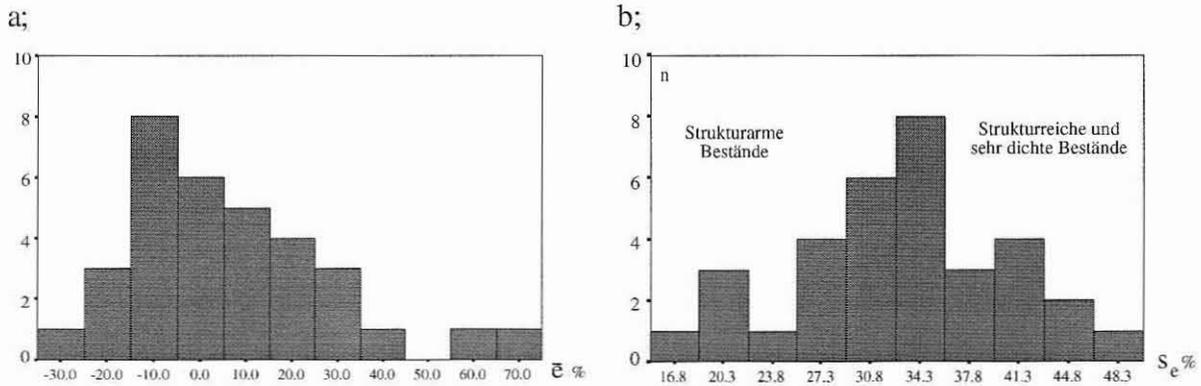


Abb. 1 Die Frequenzanalyse der Charakteristika der Verzerrung - $\bar{e} \%$ (a) und der Genauigkeit - $s_e \%$ (b) der Durchmesserzuwächse von Einzelbäumen in einzelnen Beständen

Wenn man die Versuche als Auswertungseinheit betrachtet und die Differenzen zwischen dem wirklichen und prognostizierten Baumdurchmesserzuwachs analysiert, bekommt man folgende Ergebnisse (Abb. 2): Die Prognosen des Durchmesserzuwachses für die Versuchsfläche Muenchen 145 und Weissenburg 613 sind unverzerrt, aber die Prognosen für Ruhpolding 113 sind leicht und für Fürstenfeldbruck 612 stark überschätzt. Die Ursache für die festgestellte Verzerrung ist unserer Meinung nach die Witterung, die unterschiedlich stark die Zuwächse in der Beobachtungsperiode beeinflusst hat und mit dem witterungsunabhängigen Modell nicht nachgebildet wurde.

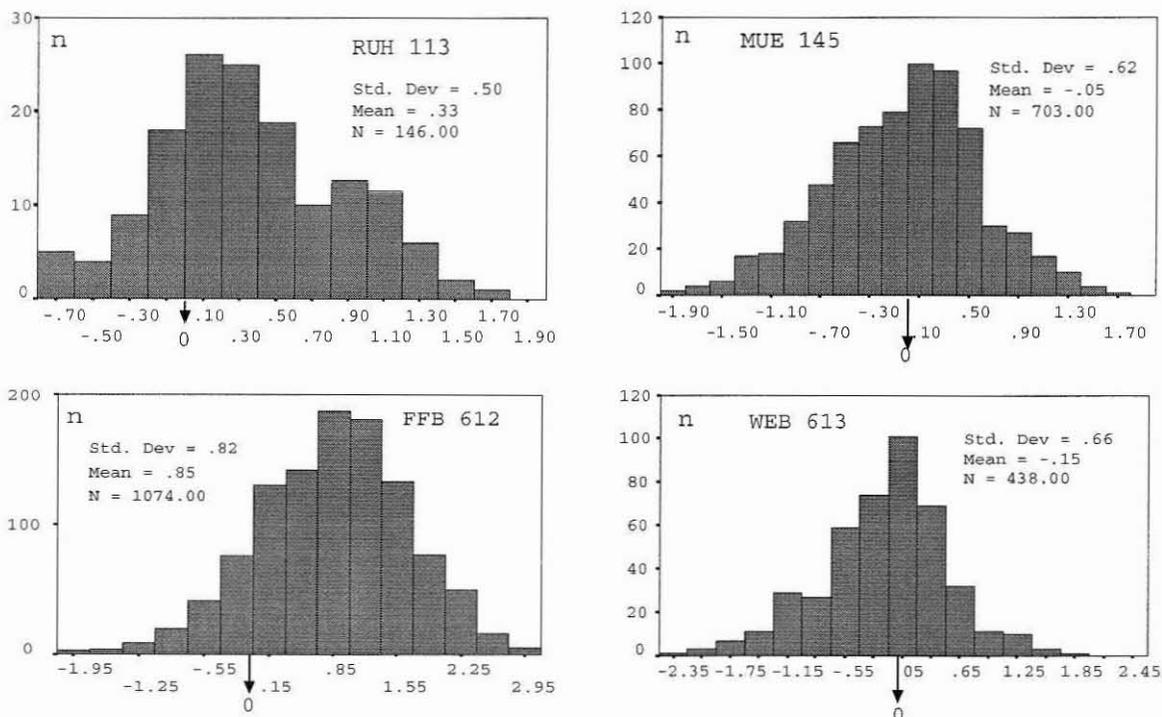


Abb. 2 Frequenzanalyse der Differenzen zwischen prognostizierten und realen Durchmesserzuwächsen auf ausgewählten Versuchsflächen

Diese Vermutung bestätigt die Analyse der Differenzen zu dem Versuch Ruhpolding 113 (Abb. 3), weil bei diesem Versuch mehrere Zuwachsperioden zur Verfügung standen. In der ersten Zuwachsperiode (1961F) wurden die Zuwächse systematisch um 0.5 cm pro 5 Jahre überschätzt aber in den nächsten zwei Perioden (1971H und 1980H) beträgt die mittlere Differenz nur 0.30 und 0.32 cm. Demgegenüber hat die letzte Periode eine fast 100%-tige Übereinstimmung zwischen der Prognose und der Wirklichkeit gezeigt. Weil es sich um das gleiche Kollektiv von Bäumen handelt und die Einflüsse der veränderten Strukturen berücksichtigt sind, müssen mögliche Ursachen für die Differenzen dann mit dem Zeitfaktor verbunden sein. Wenn man für diesen Zeitraum biotische, abiotische und anthropogene Einflüsse ausschließt (BACHMANN 1998), bleibt als mögliche Ursache die Witterung. Der Einfluß der Witterung ist nicht nur bei der Verzerrung der Prognosen erkennbar, sondern auch bei der Streuung der Differenzen. Das bedeutet, daß die Prognosegenauigkeit auch von der Witterung abhängig ist. So würde die Prognose in der Periode 1987H ($s_e = \pm 0.32$ cm) fast doppelt so hoch genau, wie in der Periode 1980H ($s_e = \pm 0.59$ cm).

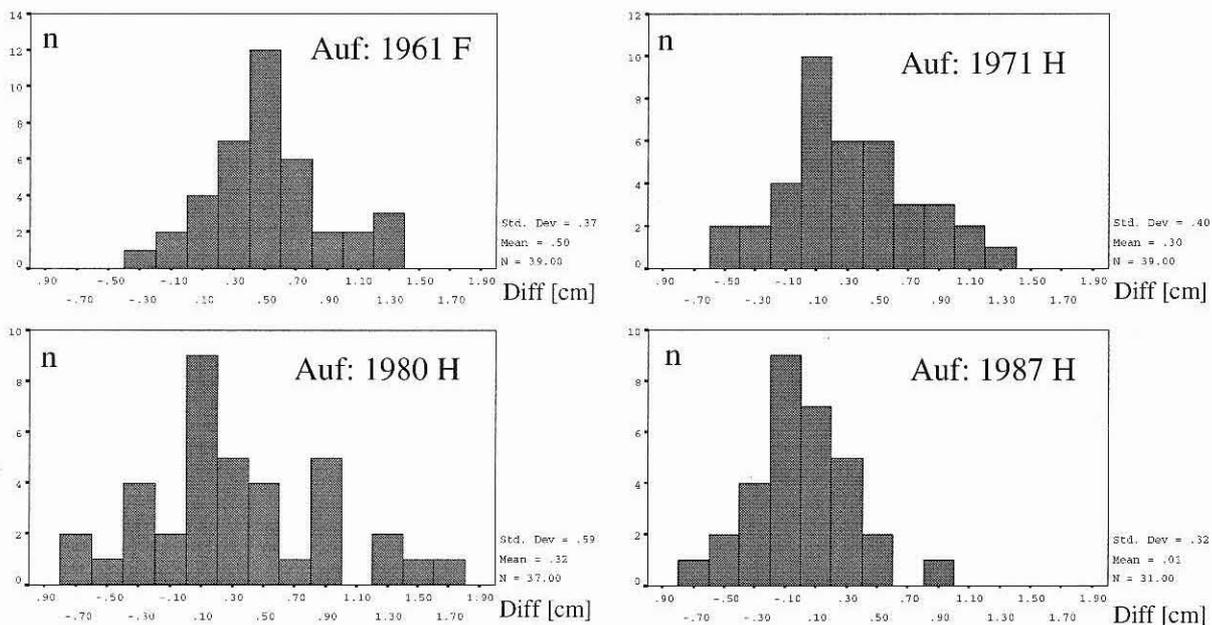


Abb. 3 Frequenzanalyse der Differenzen zwischen prognostizierten und realen Durchmesserzuwächsen bei unterschiedlichen Aufnahmeperioden der Parzelle RUH 113

Der Versuch Weißenburg 613 (konzipiert als Durchforstungsversuch) ermöglichte zu überprüfen, wie die Bestandesbehandlung den Prognosefehler beeinflusst. Es hat sich gezeigt (Abb. 4), daß die Prognose des Zuwachses auf den Parzellen, die als A- und B-Grad behandelt sind, eine sehr gute Übereinstimmung mit der Wirklichkeit zeigt. Die einzelnen Werte streuen relativ stark, aber die Mittelwerte liegen auf einer Geraden mit 45° Grad. Das bedeutet, daß zwischen den Differenzen und realen Werten kein Trend existiert und die Prognose verzerrungsfrei ist. Bei der Prognose auf den Parzellen mit einem C-Grad ist aber ein Trend erkennbar, wobei die kleineren Zuwächse überschätzt und die größeren unterschätzt sind. Diese Trends kann man durch Interaktion zwischen Witterung und Bestandesstruktur erklären, aber nicht bestätigen, weil die Prognosen in anderen Perioden mit anderen Witterungsbedingungen nicht vorhanden sind.

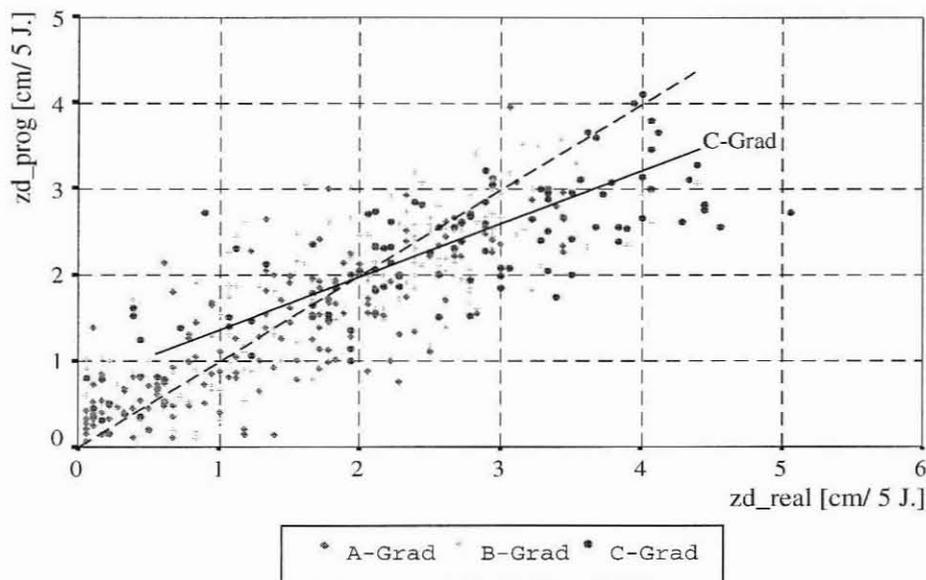


Abb. 4 Vergleich von prognostizierten und realen Durchmesserzuwächsen von Einzelbäumen auf der Parzelle WEB 613 bei unterschiedlicher Behandlung

3. Validierung des Volumenzuwachses für Bestandeskollektive

Bei der Validierung des Bestandesvolumenzuwachses wurde auf die Ergebnisse von KAHN UND PRETZSCH (1998) zurückgegriffen. KAHN UND PRETZSCH (1998) haben 1010 Aufnahmen in Rein- und Mischbeständen aus Fichte, Kiefer, Buche und Eiche aus dem Beobachtungszeitraum 1870 bis 1995 mit dem Strukturgenerator über die Mittel- und Summenwerte reproduziert, eine Periode (5 Jahre) fortgeschrieben und den wirklichen Volumenzuwächsen gegenübergestellt. Die erzielten Differenzen zwischen prognostizierten und realen Werten sind in der Abbildung 5 zusammengefasst.

Die Ergebnisse zeigen, daß in Fichtenbeständen die Prognosen des Volumenzuwachses verzerrungsfrei ($e = -1.9\%$, $t=1.42$) sind, wobei aber bei einzelnen Prognosen mit einer Wahrscheinlichkeit von 68% die Abweichung von den wirklichen Zuwächsen auch 19.8 % erreichen kann. Die Genauigkeit ist nicht besonders hoch, aber immer höher als die erzielte Genauigkeit der Volumenzuwachsprgnose mit korrigierten Ertragstafeln, die nach Ergebnissen von REIMEIER (1999) mit $P=68\%$ bei 50-60% liegt. Die Prognosen bei der Buche sind auch verzerrungsfrei ($e = -0.7\%$, $t=0.33$), aber die Genauigkeit ist ca. um 10% geringer als bei der Fichte. Bei der Eiche hat sich gezeigt, daß die Prognosen leicht überschätzt (4.8%) sind, aber die Genauigkeit ist ungefähr so hoch wie bei der Fichte. Eine ganz andere Situation ist bei der Kiefer zu finden, wo die Prognose des Volumenzuwachses ohne systematische Fehler ist ($e = -0.6\%$, $t=0.19$), aber die Genauigkeit fast doppelt so klein ist wie bei der Fichte ($s_e \% = 38.6$). Und obwohl die Genauigkeit in diesem Fall nicht hoch ist, muß berücksichtigt werden, daß die Informationen zur Einsteuerung der Validierungsprognosen geradezu marginal waren (dg, hg, G, Standort) und die Prognosefehler sind hier auch mit einem Reproduktionsfehler verbunden.

Die methodische Bedeutung dieser Modellvalidierung ist darin zu sehen (KAHN UND PRETZSCH, 1998), daß die Modellfunktionen mit Fehlerabschätzungen regionalisiert werden können.

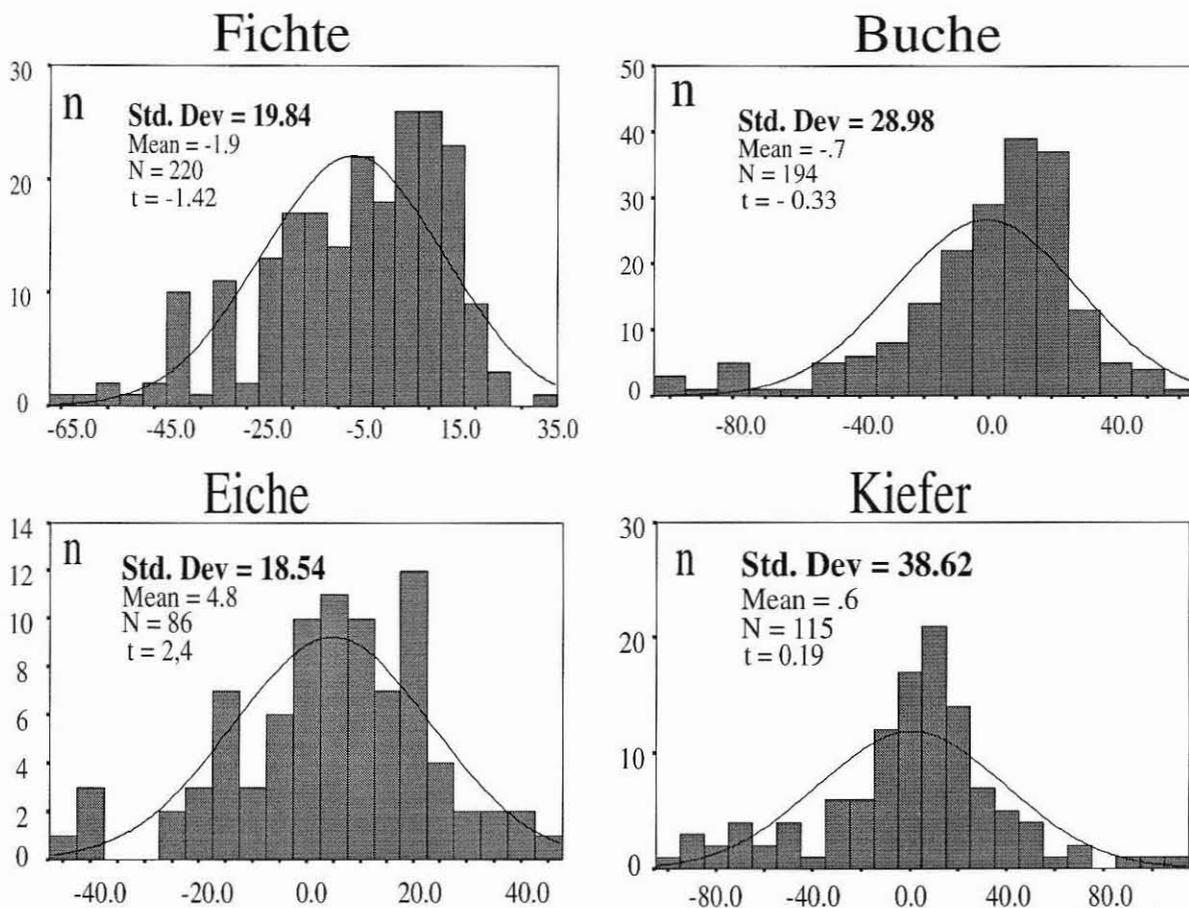


Abb. 5 Fehleranalyse der Prognose des Volumenzuwachses mit dem Waldwachstumssimulator SILVA 2.2 nach KAHN UND PRETZSCH (1998)

4. Mittelfristige Prognose des Vorrates

Für die Validierung von 30-jährigen Prognosen des Vorrates wurden die Versuchsflächen der DEOS-Reihe (RÖHLE 1995) genutzt. Dabei handelte es sich aber nur um die Parzellen, die als A-Grad behandelt wurden. Damit wurden nicht nur Durchmesserzuwachs- und Höhenzuwachsmodelle überprüft, sondern auch das Mortalitätsmodell und gleichzeitig alle diese Modelle in ihrer gegenseitigen Interaktion. Insgesamt wurden auf 8 Parzellen 35 Aufnahmen aus dem Beobachtungszeitraum 1882 bis 1951 mittels Strukturgenerator reproduziert, unter gegenwärtigen Klimabedingungen fortgeschrieben und nach 30 Prognosejahren die wirklichen und prognostizierten Vorräte verglichen. Um stochastische Effekte auszuschalten, wurden die Prognosen zehnmal wiederholt.

Die Ergebnisse des Vergleichs (Abb. 6) erlauben zu konstatieren, daß im Durchschnitt die Prognosen des Vorrates ohne systematische Abweichungen sind ($\bar{e} = 2\%$, $t=0.99$) und die Genauigkeit solcher Prognosen ($P=68\%$) bei 11.7% liegt. Das bedeutet, daß bei der Prognose eines Vorrates von 1000 m^3 in der Wirklichkeit der Vorrat mit 95% Wahrscheinlichkeit zwischen 771 und 1229 m^3 liegen kann.

Die zeitliche Analyse der Differenzen hat aber gezeigt, daß diese einen Trend aufweisen (Abb. 7). Es gibt eine eindeutige Überschätzung des Vorrates in der erste Hälfte des Jahrhunderts und eine Unterschätzung der Prognosen seit den 60-er Jahren. Diese Erkenntnis deckt sich mit Beobachtungen anderen Autoren (PRETZSCH 1996, RÖHLE 1995, SCHÖPFER, HRADETZKY UND KUBLIN

1994) und bestätigt die Hypothese, daß die Wälder am Anfang des Jahrhunderts "anders" als heute gewachsen sind. Andererseits läßt das Ergebnis auch die Schlußfolgerung zu, daß bei der langfristigen Prognose die Berücksichtigung der Veränderung des Standorts notwendig ist.

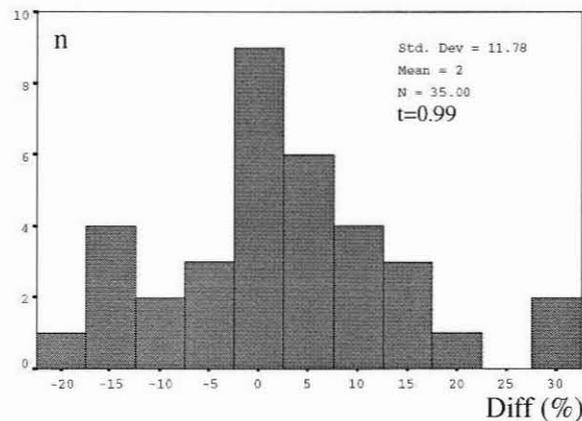


Abb. 6 Fehleranalyse der 30-jährigen Prognose des Bestandesvorrates der Baumart Fichte

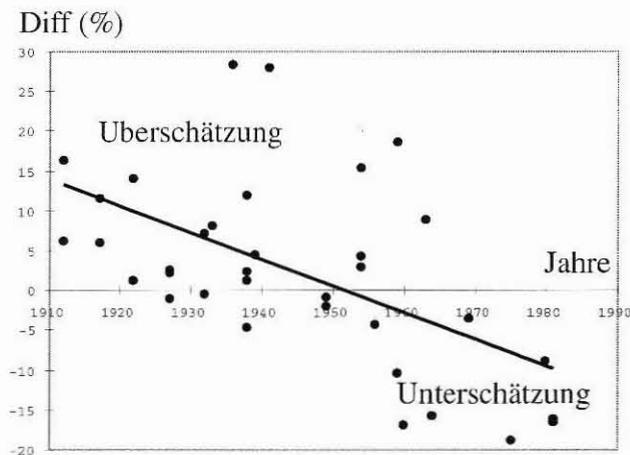


Abb. 7 Zusammenhang zwischen Differenzen der beobachteten und prognostizierten Vorräte und der Aufnahmezeitperiode

5. Validierung des Wachstumsmodells auf regionaler Ebene

Bei der Validierung des Wachstumsmodells SILVA 2.2 auf Regionalebene wurde auf die Daten der Forsteinrichtung aus terrestrischen Stichproben zurückgegriffen und so das Nutzungspotential dieser Daten erhöht. Für diese Zwecke wurden sechs für die Baumart Fichte typische Wuchsbezirke ausgewählt (Abb. 8). Es handelt sich um folgende Wuchsbezirke:

09.06.01	Nördliche Frankenalb	mit 85 Stichprobenpunkten,
09.08.03	Fichtelgebirge	mit 129 Stichprobenpunkten,
09.11.03	Bayerischer Wald	mit 324 Stichprobenpunkten,
09.12.08	Oberbay. Tertiärhügelland	mit 231 Stichprobenpunkten,
09.13.04	Voralpgäu	mit 176 Stichprobenpunkten und
09.15.05	Mittlere Bay. Kalkalpen	mit 3 384 Stichprobenpunkten.

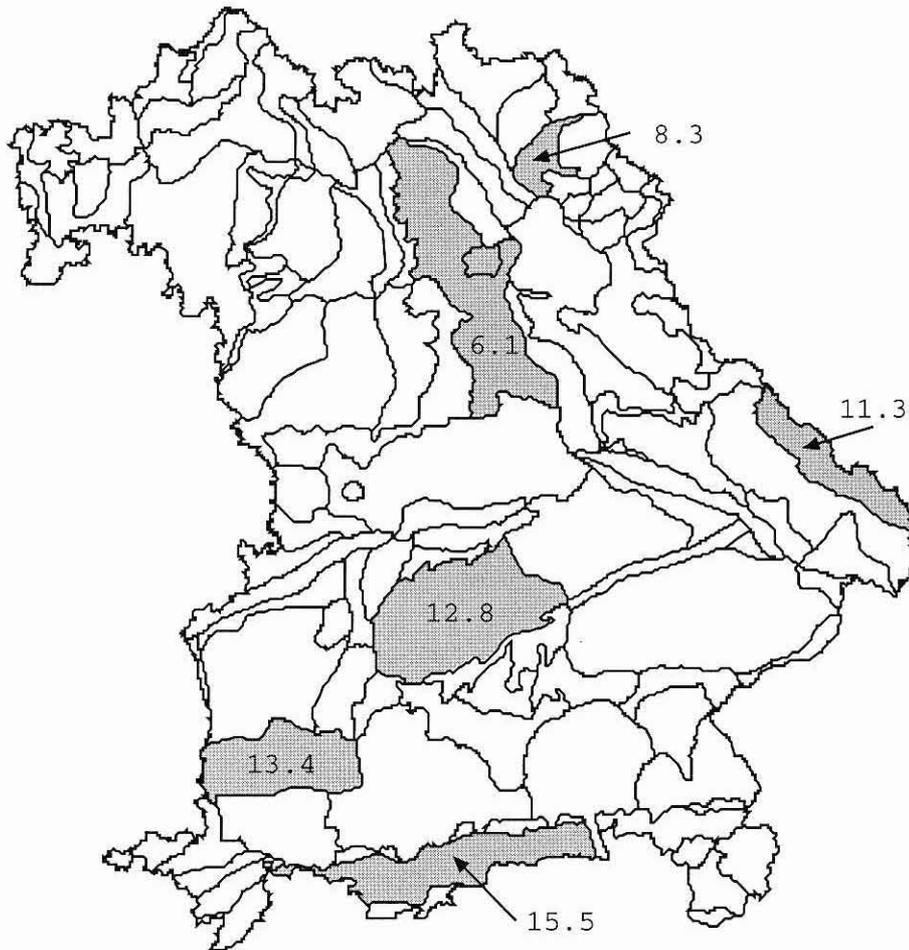


Abb. 8 Für die Validierung des Wachstumsmodells ausgewählte Wuchsbezirke in Bayern

In diesen Wuchsbezirken wurde die verbreitetste Standortseinheit ausgesucht und diese einmal mit dem "unteren" und einmal mit dem "oberen" Klimabereich des Wuchsbezirks bei der Einsteuerung des Standortleistungsmodell verbunden. Entsprechend der Daten wurde dann mit dem Strukturgenerator ein Modellbestand mit einem Ausgangsalter von 30 Jahren erzeugt (DURSKY 1999) und 100 Jahre bei der Einsteuerung einer starken Auslesedurchforstung (mit Berücksichtigung einer regionaltypischen Grundflächenhaltung) fortgeschrieben (PRETZSCH et al. 1998).

Als Validierungsvariablen wurden Mittelhöhe und Mitteldurchmesser gewählt.

Die Ergebnisse wurden nur qualitativ beschrieben. Das Ziel dieser Validierung ist nun die Ableitung von regionaltypischen Kalibrierungsfunktionen.

Abbildung 9 zeigt, daß in den meisten Wuchsbezirken eine sehr gute Übereinstimmung zwischen simulierten und realen Bestandesmittelhöhen existiert (WBZ 15.04, 13.04, 11.03, 06.01). Im Wuchsbezirk 12.08 liegen aber die Prognosen systematisch unter und im Wuchsbezirk 08.03 systematisch über den realen Daten. Diese systematischen Abweichungen sind nicht überraschend, weil in diesen zwei Wuchsbezirken zusätzliche Standortfaktoren eine sehr wichtige Rolle spielen, die aber hier nicht berücksichtigt wurden. Im Oberbayerischen Tertiärhügelland sind das sehr hohe Stickstoffeinträge (KREUTZER UND GÖTTLEIN 1991, HÜSER UND REHFUESS 1988) und im Fichtelgebirge

starke Kronenschäden. Im ersten Fall sind dann in der Wirklichkeit die Bestände höher und dicker und umgekehrt, im zweiten Fall wird das Wachstum von geschädigten Beständen gebremst.

Die Kenntnisse über solche regionaltypischen Wachstumsverläufe können quantifiziert werden (DURSKY 1998) und bei der Prognose mit dem Wuchsmodell berücksichtigt werden.

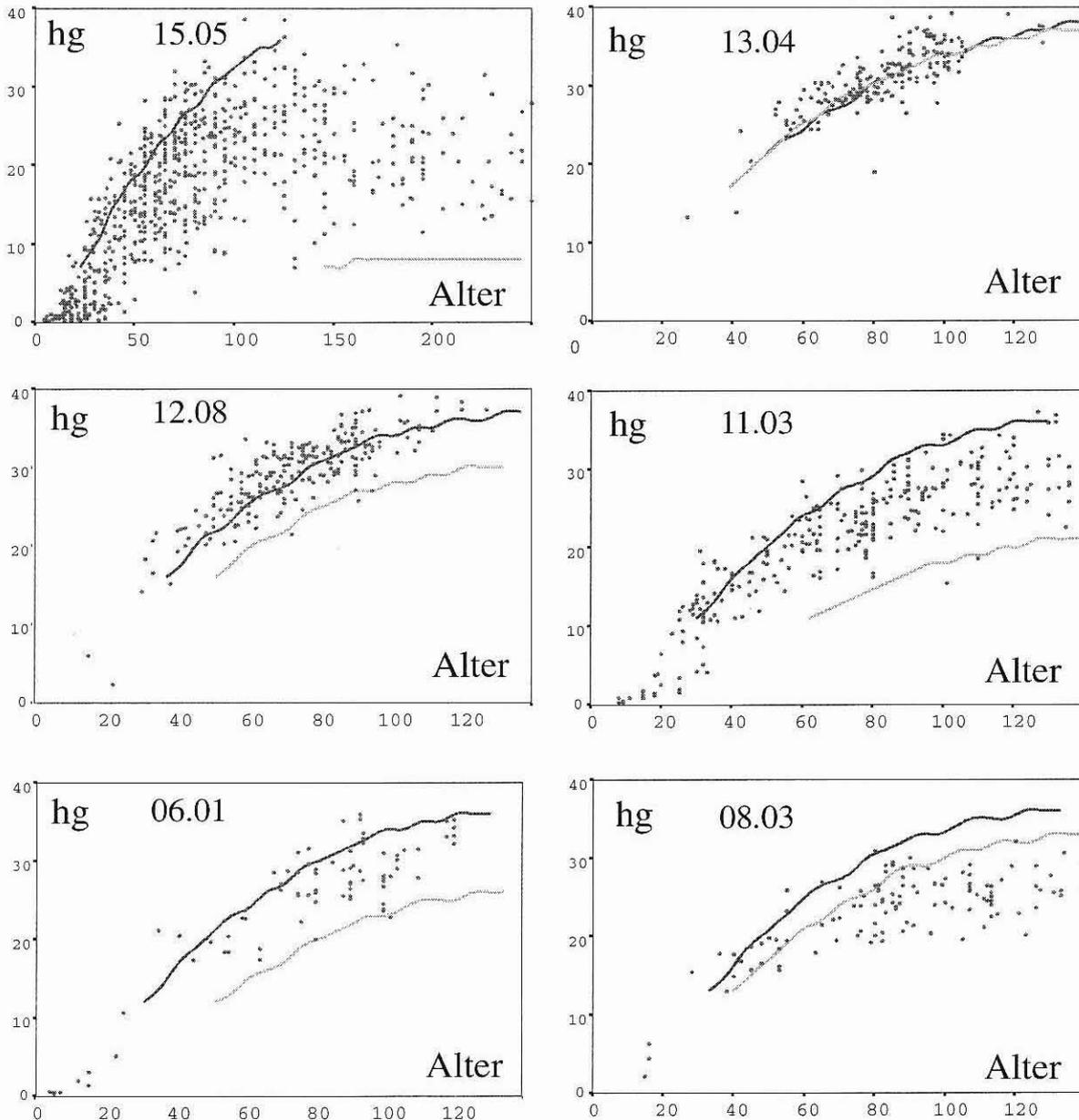


Abb. 9 Vergleich von Forsteinrichtungsdaten mit den Simulationen der Entwicklung der Mittelhöhe am verbreitetsten Standort in ausgewählten Wuchsbezirken

Der Vergleich des realen mit dem prognostizierten Mitteldurchmesser (Abb. 10) bestätigt nur die Schlußfolgerungen, die bei dem Vergleich der Mittelhöhen gezogen wurden.

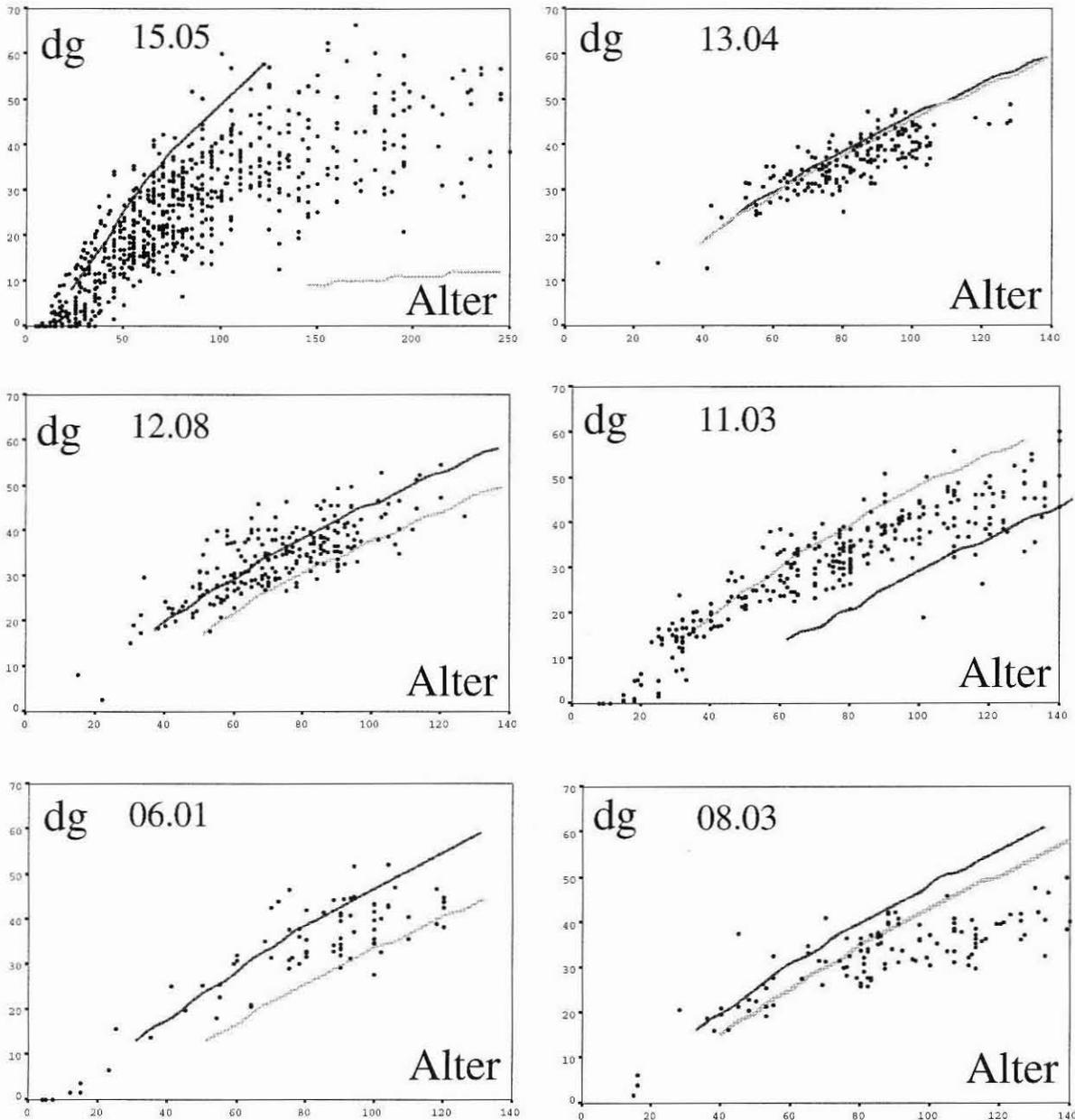


Abb.10 Vergleich von Forsteinrichtungsdaten mit den Simulationen der Entwicklung des Mitteldurchmessers am verbreitetsten Standort in ausgewählten Wuchsbezirken

6. Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit zeigt einige methodische Aspekte der Validierung des Wuchsmodells SILVA 2.2 und die Ergebnisse der Validierung für die Baumart Fichte. Im Vordergrund des Vergleichs von Prognose und Wirklichkeit stehen forstlich relevante Variablen wie Durchmesserzuwachs von Einzelbäumen, Volumenzuwachs und die Mitteldurchmesser- und Mittelhöhenentwicklung des Bestandes.

Bei der Prognose des Durchmesserzuwachses kann man durchschnittlich die Genauigkeit 30-35% ($P=68\%$) erwarten. In strukturalten Beständen ist die Genauigkeit höher (ca. 20%), aber in strukturreichen und dichten Beständen niedriger (40-45%). Bei der Interpretation der festgestellten

Genauigkeit muss man aber beachten, daß es sich um die Genauigkeit für die Prognose eines Baumes handelt. Bei der mittleren Prognose für ein Baumkollektiv mit n -Bäumen wird diese Genauigkeit proportional zu \sqrt{n} steigen. So kann man schon in einem Bestand mit 100 Bäumen einen mittleren Fehler der Durchmesserzuwachsprognose mit 95% Wahrscheinlichkeit bei 6-7% erwarten. Die Prognosen sind in Einzelfällen auch mit der Verzerrung verbunden, die mit großer Wahrscheinlichkeit von der Witterung verursacht wird. Die realen Zuwächse sind in der Beobachtungsperiode von der Witterung beeinflusst, bei der Prognose mit einem witterungsunabhängigen Modell ist leider eine solche Situation nicht berücksichtigt. Deswegen spielt die Auswahl der Periode für die Validierung des Wachstumsmodells eine große Rolle und kann die Beurteilung des Modells auch negativ beeinflussen (WINDHAGER 1999). Um das zu vermeiden, sollten die Beobachtungsperioden lang (10-15 Jahre) und über mehrere Zeitabschnitte verteilt sein.

Von großer Bedeutung ist die Validierung des Gesamtmodells durch die Volumenzuwächse, die immer stärker von Interessengruppen eingefordert wird. Die durchgeführte Untersuchung zeigte, daß der Volumenzuwachs eines Fichtenbestandes im Durchschnitt verzerrungsfrei prognostiziert ist und die Genauigkeit einer Prognose (P=68%) bei 19.8% liegt. Würden die Validierungszeiträume kürzer und aus einem Zeitabschnitt bestehen, dann könnte es passieren, daß systematische Zuwachsfehlereinschätzungen auftreten. Daher ist es sehr wichtig, bei der Modellvalidierung auf die Daten eines langfristigen Versuchswesens zurückzugreifen. Eine 30-jährige Prognose des Vorrates eines Fichtenbestandes ist auch im Durchschnitt ohne systematische Abweichungen, aber die Differenzen zwischen realen und prognostizierten Vorräten weisen einen zeitlichen Trend auf, der über die Veränderung des Standorts erklärbar ist. Das bedeutet, daß bei der langfristigen Prognose die Berücksichtigung der Veränderung des Standortes notwendig ist.

Der Vergleich von Forsteinrichtungsdaten in ausgewählten Wuchsbezirken in Bayern mit der Prognose von Mittelhöhe und Mitteldurchmesser auf den verbreitetsten Fichtenstandorten zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen Prognose und Wirklichkeit. Die methodische Bedeutung dieses Ansatzes ist aber höher als die gewonnenen qualitativen Ergebnisse, weil auf der Basis von Inventurdaten die Modellfunktionen mit der Fehlerabschätzung regionalisiert werden können.

Literatur

- BACHMANN, M. (1998): Indizes zur Erfassung der Konkurrenz von Einzelbäumen. Forstliche Forschungsberichte München, 171, 235 S.
- DURSKY, J. (1999): Zur Verwendung von Rasterstichproben für die Fortschreibung, Nutzungsplanung und Behandlungsoptimierung. Forstwissenschaftliches Centralblatt, im Druck.
- DURSKY, J., (1998): Optimierung und Fortschreibung der Naturalproduktion von Waldbeständen für einen Forstbetrieb auf der Basis von Inventurdaten. Vortrag anlässlich der Jahrestagung 1998 der Sektion Ertragskunde im Deutschen Verband Forstlicher Forschungsanstalten, Tagungsbericht, S. 52-67.
- HASENAUER, H., (1994): Ein Einzelbaumwachstumssimulator für ungleichaltrige Kiefern- und Buchen- Fichtenmischbestände, Forstliche Schriftenreihe Universität für Bodenkultur, Wien, 152 S.
- HÜSER, R. UND REHFUESS, K.-E. (1988): Stoffdeposition durch Niederschläge in ost- und südbayerischen Waldbeständen. Forstl. For. Berichte 86, 153 S.
- KAHN, M. UND PRETZSCH, H. (1998): Parametrisierung und Validierung des Wachstumsmodells SILVA 2.2 für Rein- und Mischbestände aus Fichte, Tanne, Kiefer, Buche, Eiche und Erle. Tagungsbericht der Sektion Ertragskunde des DVFFA, Kevelaer 25-28.5. 1998, S 18-34.

- KREUTZER, K. UND GÖTTLEIN, A. (1991): Ökosystem Höglwald – Beiträge zur Auswirkung von saurer Beregnung und Kalkung in einem Fichtenbestand. Forstwissenschaftliche Forschungen (Beihefte zum Forstwissenschaftlichen Centralblatt) Heft 39.
- NAGEL, J.(1994): Ein Einzelbaumwachstumsmodell für Roteichenbestände, Forst und Holz Nr.3, S. 69-75.
- PRETZSCH, H. (1993): Analyse und Reproduktion räumlicher Bestandesstrukturen. Versuche mit dem Strukturgenerator STRUGEN. Schriften aus der Forstlichen Fakultät der Universität Göttingen und der Niedersächsischen Forstlichen Versuchsanstalt, Band 114, J.D.Sauerländer`s Verlag, 87 S.
- PRETZSCH, H. (1992): Konzeption und Konstruktion von Wuchsmodellen für Rein- und Mischbestände, Forstl. Forschungsber. München, Nr. 115, 358 S.
- PRETZSCH, H. (1996):Growth trends of Forests in Southern Germany. in: European Forest Institute Report No. 5. Growth Trends in European Forests, S. 107 – 131.
- PRETZSCH, H., KAHN, M. UND DURSKEY, J. (1998): Stichprobendaten für die Entwicklungsprognose und die Nutzungsplanung. AFZ/Der Wald, Nr. 25, S. 1552-1558.
- REIMEIER, S. (1999): Modelle zur Korrektur von Ertragstafelwerten aus Daten der permanenten Stichprobeninventur. Viertes Statusseminar des Kuratoriums mit Berichten aus laufenden Forschungsprojekten von LWF und Forstwissenschaftlicher Fakultät, S.1-11.
- RÖHLE, H. (1995): Zum Wachstum der Fichte auf Hochleistungsstandorten in Südbayern. Mitteilungen aus der Staatsforstverwaltung Bayerns, 48. Heft, München, 272 S.
- SCHÖPFER, W., HRADETZKY, J. UND KUBLIN, E. (1994): Wachstumsänderungen der Fichte in Baden-Württemberg. Forst und Holz, 49. Jg., H.21, S. 633-644.
- STERBA, H. (1995): PROGNAUS - ein abstandsunabhängiger Wachstumssimulator für ungleichaltrige Mischbestände, DVFF, Sektion Ertragskunde, Jahrestagung 1995, S.173-183.
- WINDHAGER, M. (1999): Validierung von vier Waldwachstumssimulatoren (BWIN, MOSES, PROGNAUS, SILVA) anhand von Dauerversuchsflächendaten. DVFF, Sektion Ertragskunde, Jahrestagung 1999, im Druck.

Anschrift des Verfassers: Dr. Ján Ďurský
 Lehrstuhl für Waldwachstumskunde der LMU München
 Am Hochanger 13
 D-85354 FREISING
 Email: J.Dursky@lrz.uni-muenchen.de