

I. ABHANDLUNGEN

Volumen und Volumenzuwachs in Jungbeständen der Fichte

Von K. JOHANN

Aus dem Institut für Ertragskunde der Forstlichen Forschungsanstalt München

Vorbemerkung: Über die Zuwachsleistungen von Beständen während ihrer Verjüngung wissen wir heute noch fast gar nichts. Es herrschen darüber unterschiedliche Vorstellungen, die nicht auf exakte Messungen gestützt werden können. Optimistische Ansichten gehen dahin, daß man bei natürlicher Verjüngung durch das Unterschieben der jüngsten Altersklasse unter die zwar gelichteten, aber immer noch Zuwachs leistenden Mutterbestände einen erheblichen Zuwachsgewinn so behandelter Betriebsklassen, zumindest gegenüber Kahlschlagbetrieb, erreichen könne. Ob dies der Fall ist, hängt davon ab, in welchem Ausmaß der Zuwachs des aufgelichteten Mutterbestandes reduziert wird und wie groß der gleichzeitige Zuwachs des Jungbestandes ist. Die Untersuchungen des neuen, von der Deutschen Forschungsgemeinschaft dankenswerterweise ermöglichten Forschungsvorhabens wollen diesem „Überlappungseffekt“ zunächst in möglichst „einfachen“ Fällen nachgehen, und zwar zuerst bei der natürlichen Verjüngung von ± reinen Fichtenbeständen.

Wie schon öfter bei neuen Fragestellungen ergab sich ein methodisches Problem, das vorab zu lösen war, nämlich die Bestimmung des Volumens und der flächenbezogenen Zuwächse von Jungbeständen aus Bäumen sehr geringer Dimensionen. Mein wissenschaftlicher Mitarbeiter Forstreferendar KLAUS JOHANN hat dieses Problem in origineller und eleganter Weise gelöst, wobei er von meinem Assistenten Dr. F. FRANZ wirksam beraten und unterstützt wurde.

ASSMANN

Volumen und Volumenzuwachs in Jungbeständen der Fichte

Problemstellung

Um Leistungen verschiedener Bestandaufbauformen vergleichen zu können, bedient sich die Ertragskunde des Modells der idealen Betriebsklasse, das für Reinbestände des schlagweisen Hochwaldes und für Plenterwälder (ASSMANN, 1956, 1961) anwendbar ist. Im Falle langfristig verjüngter Bestände jedoch erhebt sich die Frage nach den Bezugszeiträumen. Auf die vielfältigen damit auftretenden Probleme weist ASSMANN (1961) hin. Es überlappen sich die Produktionsprozesse von Vor- und Nachfolgebestand für längere Zeit; einem Zuwachsausfall des Altbestandes steht der anlaufende Zuwachs des Jungbestandes gegenüber (ASSMANN, 1961, S. 456). Während der erstenannte mit bekannten Methoden erfaßt werden kann, gibt es für die Messung des letztgenannten noch keine Erfahrungen.

Dankenswerterweise ermöglichte die Deutsche Forschungsgemeinschaft Untersuchungen, die Aufschluß über die Zuwachsverhältnisse in langfristig verjüngten Beständen bringen sollen. Die vorliegende Arbeit greift aus dem Gesamtkomplex „Zuwachs in der Überlappungsphase“ eine erste Teilfrage heraus: Wie groß sind das Volumen und der Volumenzuwachs von Jungbeständen, die unter dem Schirm eines sich langsam lichtenden Altbestandes heranwachsen?

1. Untersuchungsmaterial

Aus methodischen Gründen beschränkt sich diese Untersuchung auf Bestände, die aus gleichaltrigen reinen Fichtenbestockungen hervorgegangen sind. Die Bestände liegen im Fürstl.-Gräfl. Stiftungsforstamt Laugna/Schwaben.

An dieser Stelle sei der Verwaltung der Fürstl.-Gräfl. Fuggerschen Stiftung und besonders Herrn Forstdirektor WEISZKER der Dank ausgesprochen für die wirksame Unterstützung und Hilfe, die sie den umfangreichen Außenaufnahmen zuteil werden ließen.

1.1 Standort

Die Versuchsflächenbestände stocken auf annähernd gleichen Standorten, die im folgenden kurz charakterisiert sind:

Geologisches Ausgangsmaterial: Lößlehm des diluvialen Deckenschotter.

Boden: Gleyartiger Lößlehm Boden.
 Lage: Plateau bis lehrer Hang.
 Meereshöhe: 490 bis 500 m.
 Niederschlag: pro Jahr: 700 bis 800 mm.
 Mai bis August: ca. 375 mm.

Gefährdungen: 1. Vergrasung (*Carex brizoides*) bei Kahlstellung oder falscher Behandlung der Bestände;
 2. Sturmwurf wegen zu flacher Bewurzelung der Fichte.

1.2 Versuchsflächen

Aus einer Serie von sieben Versuchsflächen mit Verjüngung werden hier drei als Beispiele herausgegriffen. Sie verdanken ihre derzeitige vorzügliche waldbauliche Verfassung dem Wirken von Herrn Forstdirektor WEISZKER, der seit 1950 das Forstamt Laugna leitet.

Die bis dahin mehr oder weniger geschlossenen gleichaltrigen Fichtenreinbestände (damals



Abb. 1. Unter dem lichten Fichten-Altholzschirm schiebt sich die nächste Bestandesgeneration empor. Vfl. Laugna B. Aufnahme: JOHANN 1961

ca. 70- bis 80j.) wurden mit folgenden Hauptzielen behandelt: Lenkung des Zuwachses auf den besten Zuwachsträger, Sturmsicherung, Begründung einer gesunden Verjüngung. Verzicht auf linearen Hiebsfortschritt und Entnahme schlechter Zuwachsträger führten zu einer gruppenartigen Verteilung der rel. wenigen verbleibenden Altbäume, kleinflächenweisem Ankommen der Verjüngung, Sturmfestigung und Beseitigung der Vergrasungsgefahr. Die unter dem Schirm des Altbestandes heranwachsende Nachfolgeschicht ist alters- und höhenmäßig differenziert.

Abb. 1 vermittelt einen Eindruck von den heutigen Bestockungsverhältnissen auf den Versuchsflächen mit Verjüngung.

In Übersicht 1 sind einige Charakteristika der Flächen zusammengestellt, die für unsere Fragestellung von Interesse sind.

Übersicht 1

Allgemeine Charakteristik der Flächen B, G und H

Fläche	Altbestand		Jungbestand	
	Verteilung der Bäume über die Fläche	Auflichtung	Verteilung der Bäume über die Fläche	Verteilung der Höhen über die Fläche
B	± gleichmäßig	weit fortgeschritten	± gleichmäßig dicht	± gleichmäßig gestaffelt
G	—	vor 2 Jahren abgedeckt	± gleichmäßig dicht	± gleichmäßig
H	sehr ungleichmäßig	teils geschlossen, teils licht, teils abgedeckt	ungleichmäßig gestaffelt von 0 bis dicht	ungleichmäßig gestaffelt

Übersicht 2

Ertragskundliche Kennwerte des Altbestandes der Versuchsflächen

Fläche	Größe ha	Abmessungen m	Alter Jahre	Grundfläche m ² /ha	Stammzahl Stück/ha	Mitteldurchmesser d m/cm	Mittelhöhe h ₀ m	Oberdurchmesser d ₀ cm	Oberhöhe h _m m	Volumen Schaft-holz V _{mS} /ha	Kronenschirmfläche ¹	
											m ² /ha	%
B	0,12	30×40	84	15,39	92	46,2	29,4	46,2	29,4	187,81	295,2	30
G	0,04	20×20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
H	0,20	30×70 -10×10	96	25,19	225	37,7	30,3	42,2	31,1	360,65	398,5	40

¹ Aus Ablotung von acht Kronenradien, einfache Überschirmung, planimetriert

Übersicht 3

Kennwerte des Nachfolgebstandes auf den Versuchsflächen

Fläche	Variationsbreite der Baumhöhenverteilung m	Gesamtstammzahl	Stammzahl der ≥ 2,00 m hohen Fichten	Anteil der Mischbaumarten	Quadrate ohne Verjüngung h ≥ 2,00 m	Zahl der Probestämmchen
B	0,15—5,25	2543	589	7 %	0	100
G	0,25—7,75	683	527	3 %	0	70
H	0,15—5,75	7134	509	5 %	9 ¹	50

¹ In spätere Berechnungen „pro ha“ gehen diese Quadrate nicht ein.

Die Verteilung der Alt- und Jungbäume über die Flächen ist, wie in Übersicht 1 vermerkt wurde, nicht gleichmäßig. Fläche G repräsentiert den Endzustand eines Verjüngungsvorganges: der Altbestand ist geräumt, die letzten Bäume vor ca. zwei Jahren, bezogen auf Herbst 1961.

Übersicht 2 bringt einige wesentliche ertragskundliche Daten des Altbestandes, Übersicht 3 desgleichen für den Jungbestand. Die Stammzahl der über 1,99 m hohen Stämme ist gesondert ausgeworfen, weil die Volumenberechnung nur für Höhen gleich oder größer als 2,00 m angestellt wird.

1.3 Aufnahme der Jungbestände

1.31 Stammzahl- und Höhenverteilung

Zur Aufnahme wurde jede Fläche in 10×10 m große Quadrate (Auswertungseinheiten), diese in 2×5 m lange Streifen (Aufnahmeeinheiten) unterteilt. Auf allen Flächen wurde die Stammzahl nach folgenden Höhenstufen voll aufgenommen (siehe Tab. links):

Höhenstufe	Mittel
0,01—0,29	} m 0,25 m
0,30—0,49	
0,50—0,99	0,75 m
1,00—1,49	1,25 m
1,50—1,99	1,75 m usw.

Mischbaumarten wurden getrennt erfasst, jedoch bei der weiteren Untersuchung nicht berücksichtigt.

1.32 Höhenwachstum

In jedem Quadrat wurde an sechs Stämmen des Jungbestandes das Höhentriebwachstum auf cm genau gemessen; die sechs Stämme wurden als systematische Stichproben aus den höchsten des Quadrates ausgewählt. Die Höhenwerte

dieser Stichproben werden als Oberhöhen bezeichnet, da sie nur dem herrschenden bis vorherrschenden Jungbestand entnommen sind.

1.33 Schaftholzvolumen

Zur Volumenermittlung wurden 220 Stämme mit der Höhe $\geq 2,00$ m sektionsweise gekluppt.

Sektion	Meßstelle	Bezeichnung
0,00—0,25 m	0,125 m	—
0,26—0,75 m	0,50 m	$d_{0,5}$
0,76—1,25 m	1,00 m	—
1,26—1,75 m	1,50 m	—
1,76—2,25 m	2,00 m	—
zusätzlich dazu	1,30 m	$d_{1,3}$

Aus Übersicht 3 ist die Anzahl der Probestämme je Fläche zu ersehen.

2. Volumen

Zur Volumenbestimmung standen folgende Werte der einmaligen Aufnahme 1961 zur Verfügung:

1. Stammzahl je Höhenstufe und Quadrat.
2. Höhe nach Höhenstufen.
3. Schaftholz-Volumen der Probestämmchen aus sektionsweiser Kubierung.
4. h , $d_{0,5}$ und $d_{1,3}$ der Probestämmchen.

Übersicht 4
Kennwerte der Volumengleichungen

Gleichung	Fläche	Probe- stämme	Geltungs- bereich der Gleichungen	Mittelwerte	Gleichungsparameter	SQ Regr.	Syy	Bestimmtheitsmaße	Bedingte Stand- dard- abweichung s	
				\bar{y} \bar{x}_1 \bar{x}_2	a b_{y1} $b_{y1,2}$ $b_{y2,1}$			B_{y1} einf. Regr.	B_{y2} einf. Regr.	B_{y12} mult. Regr.
$v = f(h)$	B G H	100 70 50	2,00—5,25 2,00—7,75 2,00—5,75	3,38213 0,49351 3,42021 0,58526 3,57397 0,56308	2,28307 2,22705 1,99895 2,42841 2,25911 2,33510	5,51729 8,65612 0,9211	6,62685 9,88854 3,12338	0,8326 0,8754 0,9211		0,23845 0,35945 0,24740
$v = f(h, d_{0,3})$	B + G + H B G H	220	2,00—6,00	3,43785 0,53851 3,38213 0,49351 3,42021 0,58526 3,57397 0,56308	2,26110 2,18520 1,85596 1,78718 1,16742 1,43879	16,68221 20,89551 9,42446 9,88854 3,08992	20,89551 6,62685 3,12338	0,79836	0,9122 0,9695 0,9174 0,9571 0,9567 0,9893	0,27725 0,25735 0,37584 0,25640
$v = f(h, d_{1,3})$	B + G + H B G H			3,43785 0,53851 3,38213 0,49351 3,42021 0,58526 3,57397 0,56308	1,81750 0,92677 0,30837 1,67398 0,47323 1,77254 0,69041 1,54408	20,16349 20,89551 6,26428 9,35007 3,06820	20,89551 6,62686 9,88854 3,12338	0,9095 0,96497 0,9095 0,96497 0,9419 0,9728	0,30482 0,30482 0,25405 0,37237 0,25550	
	B + G + H			3,43785 0,53851 0,54088	2,28800	19,86854	20,89551	0,9464	0,95085	0,30260

2.1 Volumenformel

SCHUHMACHER und HALL haben 1933 eine Gleichung vorgeschlagen, die das Volumen abhängig von Höhe und Durchmesser ausdrückte. Ausgehend von der stereometrischen Formel des Zylinders

$$(1) \quad v = h^1 \cdot d^2 \cdot k, \text{ die allgemein als}$$

$$(2) \quad v = h^{b^1} \cdot d^{b^2} \cdot k$$

geschrieben werden kann, schlagen sie den logarithmischen Ausdruck von (2) für die Herleitung der Volumen-Beziehung vor:

$$(3) \quad \log v = \log k + b_1 \log h + b_2 \log d.$$

Nachdem SCHUHMACHER und HALL diese Beziehung erstmalig für Liriodendron tulipifera und acht weitere Baumarten 1933 veröffentlicht hatten, fand Formel (3) Anwendung u. a. bei CHAPMAN und MEYER (1940), BRUCE und SCHUHMACHER (1950), MÜLLER und ZAHN (1957), SCHMITT und SCHNEIDER (1959), PRODAN (1961).

Im folgenden wird diese Gleichung in der Form

$$(4) \quad y = a + b_1 x_1 + b_2 x_2$$

angewandt. Hierbei sind

$$a = \log k,$$

$$x_1 = \log h,$$

$$x_2 = \log D \text{ bzw. } \log d,$$

$$y = \log v.$$

Es werden zwei Durchmessergrößen zugrunde gelegt:

1. $D = d_{0,5}$
2. $d = d_{1,3}$.

Die Gleichungsparameter wurden nach einem Rechenvorschlag von LINDER (1960) hergeleitet¹.

In Übersicht 4 sind die Kennwerte der Volumengleichungen der drei Flächen zusammengestellt.

¹ Bei der Herleitung und Interpretation der Regressionsgleichungen wurde der Verf. von Herrn Dr. F. FRANZ beraten.

Die Übersicht enthält die gleichen Werte noch für eine zusammenfassende Gleichung für die drei Flächen (B + G + H), die in Abschnitt 4 erläutert wird. Außerdem ist die Regression $v = f(h)$ angeführt. Außer Stammzahl und Geltungsbereich sind sämtliche Größen in log-Einheiten angegeben (für d in cm, h in m und v in cm^3).

2.2 Diskussion der Volumenformel

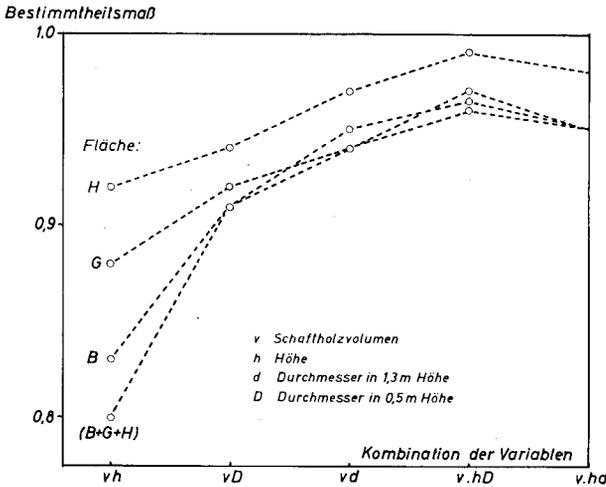


Abb. 2. Die Bestimmtheitsmaße der Volumenbeziehungen für verschiedene Variablenkombinationen. Versuchsflächen B, G, H und zusammenfassende Gleichung (B+G+H). Die Bestimmtheitsmaße sind deutlich gestaffelt

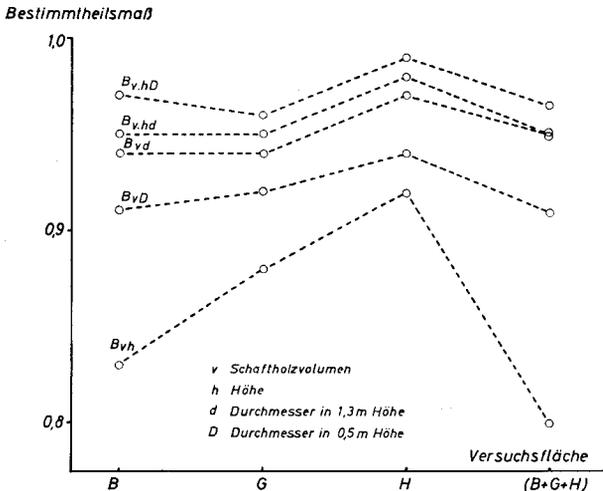


Abb. 3. Die Bestimmtheitsmaße der Volumenbeziehungen der Flächen B, G, H und (B+G+H) für die verschiedenen Variablenkombinationen. Alle Flächen zeigen den gleichen Trend

In Abb. 2 sind für die verschiedenen Flächen die Bestimmtheitsmaße aus Übersicht 4 graphisch dargestellt. Sie liegen ausnahmslos mit über 0,8 sehr hoch. Die Abbildung zeigt deutlich die Staffelung der B-Werte untereinander. Aus Abb. 3 ist zu ersehen, daß diese Staffelung auf allen Flächen der gleichen Tendenz folgt. Aus den Bestimmtheitsmaßen läßt sich eine abfallende Reihe aufstellen für die Eignung der Eingangsgrößen zur Volumenbestimmung:

($d_{0,5}$ und h) besser als ($d_{1,3}$ und h) besser als $d_{1,3}$ besser als $d_{0,5}$ besser als h. Zweifellos wäre eine Volumenberechnung über Höhe und Durchmesser die erschöpfendste Methode.

Die nächstbeste Eingangsgröße wäre der Durchmesser allein, der jedoch in unserem Fall nur für die Probestämme erhoben wurde. Auch die Bestimmung aus der Höhe allein ist durchaus möglich, wie die hohen Bestimmtheitsmaße zeigen. Letzterer Weg wird im Abschnitt 2.3 besprochen, vor allem deswegen, weil aus dem Höhenzuwachs auf den Volumenzuwachs geschlossen werden soll.

Die Unterschiede zwischen den Varianzen $SQ_{\text{Regr.vh}}$ zu $SQ_{\text{Regr.vh.D}}$

bzw. zu $SQ_{\text{Regr.vh.d}}$ wurden für alle vorkommenden Fälle mit Hilfe eines F-Testes geprüft. Sie sind ausnahmslos hochsignifikant ($p > 0,001$). Das bedeutet, daß die Volumenbestimmung über die Höhe allein wesentlich verbessert werden könnte durch Hinzunahme eines der beiden Durchmesser.

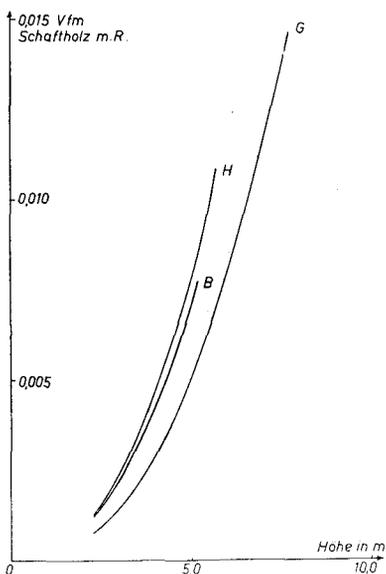


Abb. 4. Mittleres Schaffholzvolumen von jungen (ca. 15- bis 20jährigen) Fichten in Abhängigkeit von der Höhe. Aus den Gleichungen $v=f(h)$ für die Flächen B, G und H

2.3 Volumenberechnung

Da für die einzelnen Flächen nur die Höhenwerte der Bäume zur Verfügung standen, wurde das Volumen nach der Gleichung

$$(5) \quad y_1 = a_1 + b x_1 \text{ berechnet.}$$

Dabei sind:

$$a_1 = \log k_1,$$

$$b = b_{vh},$$

$$x_1 = \log h,$$

$$y_1 = \log v.$$

Die Parameter und Geltungsbereiche der einzelnen Gleichungen sind in Übersicht 4 angeführt.

In Abb. 4 sind die Gleichungen im numerischen System dargestellt. Übersicht 5 gibt verkürzt die Volumenberechnung für die drei Flächen wieder, die über die Volumen und Stammzahlen der Stufenmittelhöhen vorgenommen wurde.

Als unterer Höhen-Grenzwert für die Volumenberechnung (Einwachsschwelle) wurde $h = 2,00$ gewählt, was berechtigt erscheint, wenn man bedenkt, daß für $h = 2,25$ m und $d_{0,5} = 3,0$ cm das Volumen nur ca. 0,001 fm mit Rinde beträgt.

3. Höhen- und Volumenzuwachs

3.1 Höhenzuwachs

3.11 Oberhöhen

Für die Oberhöhenstämmchen eines Quadrats sind die Höhen im Jahre 1961 (als Bezugsjahr) und für zurückliegende Jahre bekannt ($h_{0(61)}, h_{0(60)}, \dots, h_{0(j)}, \dots$ für $J = 1961, 60, 59, \dots$). $\bar{h}_{0(j)}$ ist der Mittelwert der Oberhöhen eines Quadrates im Jahre J. In die Mittelung gehen nur Werte ein, für die $h_{0(61)} \geq 2,00$ m ist. Der Zuwachs ist die Differenz zwischen den Jahren. Das Wachstum wird so weit zurückverfolgt, als $h_{0(j)} \geq 2,00$ m (Einwachsschwelle) bleibt.

3.12 Mittelhöhen

Die Mittelhöhe 1961 jedes Quadrates ($h_{(61)}$) ist das Mittel aus der Summe der Stufenmittelhöhen, die mit den Stufenhäufigkeiten gewichtet sind. Auch hier gilt der untere Höhengrenzwert von 2,00 m. In jedem Quadrat gibt es ein Wertepaar $h_{0(61)}/h_{(61)}$; für alle Flächen ergibt sich eine Beziehung

$$(6) \quad \bar{h}_{(61)} = f(h_{0(61)}),$$

die durch eine Gerade dargestellt werden kann. Diese gilt für die über die Fläche verteilten

Übersicht 5
Volumberechnung

		Mittlere Höhen der Höhenstufen															
Fläche		2,25	2,75	3,25	3,75	4,25	4,75	5,25	5,75	6,25	6,75	7,25	7,75	Volumen der Fläche in dm³ Schaftholz	Volumen fm/ha	N/ Fläche	N/ha
B	vi 1	1168	1826	2649	3643	4814	6167	7707									
	ni 2	265	159	103	37	18	5	2									
	vi · ni 3	309,5	290,3	272,8	134,8	86,6	30,8	15,4						1140,4	9,50	589	4 908
G	vi 1	725	1181	1772	2507	3398	4452	5776	7080	8669	10 450	12 431	14 615				
	ni 2	76	88	89	87	75	47	30	19	10	4	1	1				
	vi · ni 3	55,1	103,9	157,7	218,1	254,9	209,2	170,3	134,5	86,7	41,8	12,4	14,6	1459,3	36,48	527	13 175
H	vi 1	1206	1928	2848	3977	5327	6905	8725	10 790								
	ni 2	164	107	92	55	54	20	11	6								
	vi · ni 3	197,8	206,3	262,0	218,7	287,7	138,1	96,0	64,7					1471,3	13,384	509	4 627,4

1 vi = Volumen der Stufenmittelhöhe in cm³ Schatholz
 2 ni = Stammzahl der Höhenstufe
 3 vi · ni = Volumen der Höhenstufe in dm³ Schatholz
 4 Berechnet für 0,11 ha Fläche, da von insgesamt 0,20 ha 0,09 ha ohne Verjüngung höher als 2,00 m.

$\bar{h}_{0(61)}/\bar{h}_{(61)}$ -Verhältnisse, die untereinander verschiedene durchschnittliche Alter repräsentieren. Für eine Zeit von wenigen Jahren läßt sich diese Zustandsbeziehung als Mittelhöhen-Entwicklungsbeziehung auffassen. Sie hat dann die Form

$$(7) \quad \bar{h}_{(J)} = f(\bar{h}_{0(J)}).$$

Für jedes $\bar{h}_{0(J)}$ kann ein Wert $\bar{h}_{(J)}$ abgelesen werden. Die individuelle Entwicklung jedes Quadrates wird dadurch erfaßt, daß nicht die Ausgleichsgerade selbst zum Ablezen der $\bar{h}_{(J)}$ -Werte benutzt wird, sondern eine Gerade durch den betreffenden Punkt $(\bar{h}_{(J)}/\bar{h}_{0(J)})$, die dem Trend des Streufächers folgt.

3.2 Stammzahlveränderung

Für jedes Aufnahmequadrat sind die Stammzahlen 1961 der Stämme bekannt ($n_{Q(61)}$), die gleich oder höher als 2,00 m sind. Sie nehmen für rückwärtsliegende Jahre ab, da laufend einige Stämmchen unter der Einwachsschwelle verschwinden. Die Stammzahlentwicklung wird in Abhängigkeit von der Mittelhöhenentwicklung hergeleitet: ihre Bestimmung entspricht der im vorigen Abschnitt besprochenen Herleitung der Mittelhöhenentwicklung unter gleichen Voraussetzungen.

$$(8) \quad \text{Aus } n_{Q(61)} = f(\bar{h}_{(61)})$$

$$(9) \quad \text{wird } n_{Q(J)} = f(\bar{h}_{(J)})$$

als Stammzahl-Entwicklungsbeziehung.

Auch hier wird die Eigenentwicklung des Quadrates berücksichtigt, indem für die Punkte eine dem Trend des Streufächers folgende Entwicklung angenommen wird.

3.3 Volumenzuwachs

Für alle in Abschnitt 3.12 gewonnenen Mittelhöhen jeden Quadrates im Jahre J ($\bar{h}_{(J)}$) läßt sich mit Formel (5) aus Abschnitt 2.3 das Volumen des Mittelhöhenstämmchens ($v_{(J)}$) bestimmen. Das Volumen des Quadrates (V_Q) ergibt sich aus

$$(10) \quad V_{Q(J)} = n_{Q(J)} \times \bar{v}_{(J)}.$$

Das (unkorrigierte) Volumen der Fläche ($V_{u(J)}$) beträgt im Jahre J

$$(11) \quad V_{u(J)} = \sum_{Q=1}^m V_{Q(J)}; (Q = 1, 2, 3, \dots m)$$

$V_{u(J)}$ ist ein Volumen, das über Mittelhöhen hergeleitet worden ist. In 2.3 wurde ein Volumen $V_{(61)}$ stufenweise berechnet, das $V_{u(61)}$ entsprechen müßte. Da aber bei der stufenweisen Berechnung größere Höhen größeres Gewicht haben, ist

$$V_{(61)} > V_{u(61)}.$$

Die stufenweise Berechnung ist die bessere Approximation des wahren Volumens, deshalb wird $V_{u(61)}$ korrigiert.

Es ist

$$V_{k(61)} = V_{(61)} = \frac{V_{(61)}}{V_{u(61)}} \cdot V_{u(61)}; K = \frac{V_{(61)}}{V_{u(61)}}$$

Der Korrekturfaktor K wird für alle Werte $V_{u(J)}$ angewendet. Auch hier gilt die Voraussetzung, daß es sich um kurze Beobachtungszeiträume handelt.

3.4 Leistungstabellen

Die bisher abgeleiteten Größen sind in den Übersichten 6–8 in Form von Leistungstabellen wiedergegeben. Oberhöhe und Mittelhöhe sind Mittelwerte der Fläche, ermittelt aus den Aufnahme-Quadraten als Einzelbeobachtungen. Dementsprechend beziehen sich die Angaben der Streuung und der Variationsbreite auf die Aufnahme-Quadrate als Einzelwerte. Das der mittleren Höhe entsprechende Volumen ist aus

Übersicht 6
Leistungstabelle Fläche B, Jungbestand. $h \geq 2,00$ m

Jahr	Oberhöhe			Mittelhöhe		Mittelvolumen		Stammzahl pro ha			Volumen pro ha			Zuwachs fm/ha		
	h_0 m	$s_{h_0}^1$ m	$s_{h_0}^1$ %	h_m m	Zuwachs m	V_m cm ³	Zuwachs cm ³	N St/ha	s_{nQ}^1 St/ha	s_{nQ}^1 %	n_Q -Variationsbreite	Volumen fmS/ha	s_{vQ}^1 fm/ha		s_{vQ}^1 %	V_Q -Variationsbreite
57	2,17	± 0,16	± 7,4	2,02-2,34	0,41	1167	1167	167	± 516	± 309	100-1800	0,19	± 0,61	± 314	0-2,14	0,19
58	2,36	0,28	11,9	2,00-2,90	0,19	1403	236	975	1585	163	100-5300	1,37	2,45	179	0-8,44	1,17
59	2,74	0,36	13,1	2,29-3,44	0,38	1643	240	2717	2419	89	100-8600	4,46	4,88	109	0,16-17,64	3,10
61	3,14	0,38	12,1	2,65-3,81	0,40	1936	293	4908	2816	57	300-11 000	9,50	6,80	72	0,56-26,50	5,04

1 s = Standardabweichung (Werte pro Quadrat als Einzelwerte) absolut und in % vom Mittel

Übersicht 7
Leistungstabelle Fläche H, Jungbestand. $h \geq 2,00$ m

Jahr	Oberhöhe			Mittelhöhe		Mittelvolumen		Stammzahl pro ha			Volumen pro ha			Zuwachs fm/ha		
	h_0 m	$s_{h_0}^1$ m	$s_{h_0}^1$ %	h_m m	Zuwachs m	V_m cm ³	Zuwachs cm ³	N St/ha	s_{nQ}^1 St/ha	s_{nQ}^1 %	n_Q -Variationsbreite	Volumen fmS/ha	s_{vQ}^1 fm/ha		s_{vQ}^1 %	V_Q -Variationsbreite
56	2,14	± 0,02	± 1	2,12-2,15	0,25	1100	290	18	± 41	± 228	0-100	0,02	± 0,04	± 223	0-0,11	0,02
57	2,39	0,33	14	2,02-2,67	0,27	1390	440	236	551	234	0-1800	0,33	0,76	231	0-2,45	0,31
58	2,66	0,57	21	2,05-3,38	0,29	1830	497	1300	1762	136	0-4800	2,38	3,44	145	0-8,75	2,05
60	2,95	0,77	26	2,12-4,06	0,30	2327	564	2682	2985	111	0-7400	6,24	7,81	125	0-11,95	3,86
61	3,25	0,96	30	2,13-4,82	0,21	2891	564	4627	4015	87	100-10 000	13,38	14,87	111	0,12-41,39	7,13

1 s = Standardabweichung (Werte pro Quadrat als Einzelwerte) absolut und in % vom Mittel

Übersicht 8
Leistungstabelle Fläche G, Jungbestand, $h \geq 2,00$ m

Jahr	Oberhöhe			Mittelhöhe			Mittelvolumen			Stammzahl pro ha			Volumen pro ha			Zuwachs fm/ha					
	h_0 m	s_{h0}^1 m	s_{h0}^1 %	h_0 m	h_m m	Zuwachs m	V cm ³	V_m cm ³	Zuwachs cm ³	N St/ha	s_{nQ}^1 St/ha	%	Volumen fmS/ha	s_{vQ}^1 fm/ha	%		V _Q -Varia- tionsbreite				
54	2,26	±0,00	±0	—	—	—	—	—	—	25	25	+ 50	+ 200	0-100	0-100	25	0,02	± 200	0-0,07	0,02	
55	2,42	0,29	12,0	2,12-2,82	2,13	0,16	732	106	106	1125	723	64	100-1800	1100	1100	1100	0,94	0,59	63	0,07-1,31	0,92
56	2,94	0,33	11,2	2,59-3,48	2,51	0,52	1123	285	285	3200	1691	53	700-4400	2075	2075	2075	3,59	2,01	56	0,64-5,12	2,65
57	3,49	0,43	12,3	3,21-4,13	2,82	0,55	1457	334	334	5775	1898	33	3000-7000	2575	2575	2575	8,42	3,37	40	3,81-11,19	4,82
58	4,10	0,50	12,2	3,79-4,84	3,15	0,61	1890	433	433	8600	2099	24	5600-10 100	2825	2825	2825	16,25	5,33	33	9,61-20,82	7,84
59	4,64	0,56	12,1	4,22-5,47	3,44	0,54	2334	444	444	11 075	2551	23	7500-13 100	2475	2475	2475	25,85	7,85	30	15,85-32,61	9,60
60	5,10	0,67	13,1	4,59-6,09	3,68	0,46	2769	435	435	13 175	2735	21	9300-15 200	2100	2100	36,48	11,24	31	23,50-47,36	10,63	

¹ s = Standardabweichung (Werte pro Quadrat als Einzelwerte) absolut und in % vom Mittel

V:N ermittelt. Stammzahl und Volumen sind als Hektarwerte angegeben. In Abb. 5 sind die Wachstumskurven von V, N und h_m dargestellt.

4. Volumen- und Formzahl-tafeln

4.1 Zusammenfassung der Volumengleichungen

In Übersicht 4 sind die Kennwerte der Volumengleichung (4) getrennt für die einzelnen Flächen und für die drei Flächen zusammenfassend (B + H + G) angegeben.

Für die zusammenfassende Gleichung (B + G + H) wurde geprüft, wieweit die „wahren“ log-v-Werte (aus der sektionsweisen Kubierung) mit den aus der Gleichung errechneten Werten übereinstimmen. In Abb. 6 und 7 sind die durchschnittlichen Abweichungen (mit ihren Gewichten) der „wahren“ von den berechneten log-v-Werten über log h, log $d_{1,3}$ und log $d_{0,5}$ aufgetragen (Verteilung der Residualabweichungen).

Im mittleren Bereich (mit den größten Häufigkeiten) sind die Abweichungen gering. In den oberen und unteren Extrembereichen treten größere Residualabweichungen auf, die folgende Tendenz zeigen (s. Tab. S. 76).

Dieser Befund zeigt, daß im vorliegenden Fall die SCHUHMACHER-HALLSche Gleichung die Extrembereiche nicht befriedigend ausgleicht. Die Kurven der durchschnittlichen Residualwerte lassen hier systematische Abweichungen von der Ausgleichskurve erkennen. Die Hinzunahme einer kovarianten oder quadratischen Variablen in die Ausgleichsbeziehung (log d.h oder log² d oder log d²h) (vgl. KER und SMITH, 1955 und

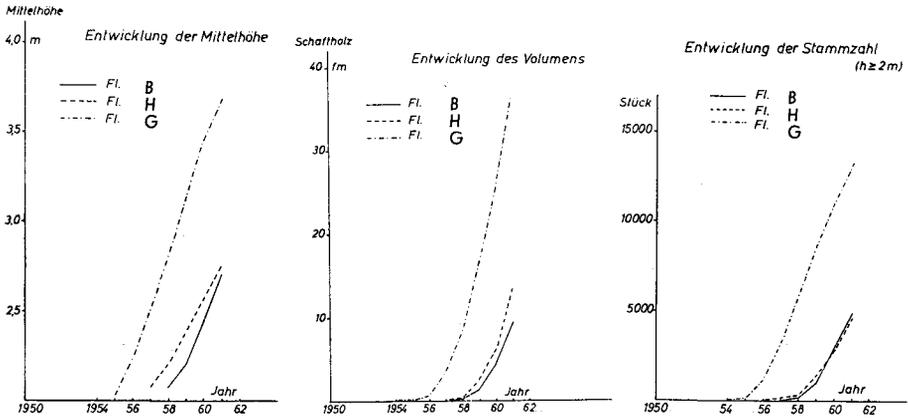


Abb. 5. Entwicklung der Mittelhöhe, der Stammzahl ($h \geq 2,0$ m) und des Volumens

1957) würde wahrscheinlich den Ausgleich, insbesondere in den Randbereichen, wesentlich verbessern.

Gleichung	Extrembereich	Residualabweichung	log v aus Gleichung
$v_{1,3} = f(h, d_{1,3})$	$\log h > 0,80$	positiv	zu klein
	$< 0,35$	positiv	zu klein
	$\log d_{1,3} > 0,75$	positiv	zu klein
	$< 0,25$	positiv	zu klein
$v_{0,5} = f(h, d_{0,5})$	$\log h > 0,85$	negativ	zu groß
	$< 0,35$	negativ	zu groß
	$\log d_{0,5} > 0,80$	negativ	zu groß

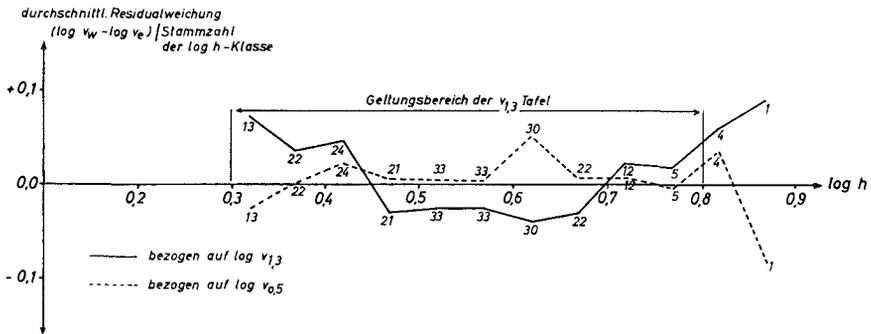


Abb. 6. Verteilung der durchschnittlichen Residualabweichungen über log h

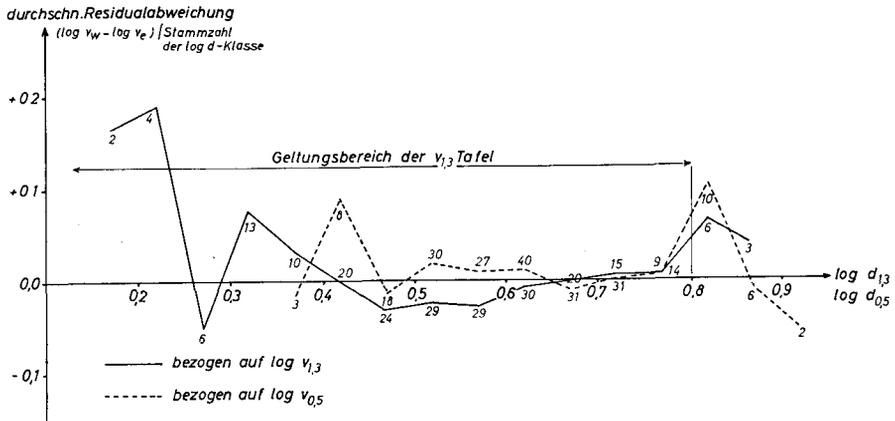


Abb. 7. Verteilung der durchschnittlichen Residualabweichungen über $\log d_{1,3}$ und $\log d_{0,5}$

4.2 Volumen- und Formzahltafeln

Mit Hilfe der gemeinsamen Volumengleichung (B + G + H) wurden Volumen- und Formzahltafeln berechnet, die für die Eingangsgrößen h und $d_{1,3}$ in Übersicht 9 a und b und auf Abb. 8 und 9 wiedergegeben sind. Der Bereich der Tafeln wurde auf die Grenzen beschränkt, innerhalb derer ein Ausgleich mit Hilfe der Gleichung (4) in zufriedenstellender Weise möglich ist.

Übersicht 9

Volumen- und Formzahltafeln für Fichten-Jungbestände

(FA. Laugna, Flächen B, G und H)

a. *Volumentafel* (Schaffholzvolumen mit Rinde in cm^3)

$d_{1,3}$	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5
h												
2,00	248	509	848	1260	1741							
2,50		551	918	1363	1884	2477	3139					
3,00			979	1454	2009	2642	3348	4126	4974			
3,50				1535	2122	2783	3535	4357	5252	6220		
4,00				1609	2224	2924	3706	4567	5506	6520	7609	
4,50				1678	2318	3048	3863	4761	5739	6797	7932	9142
5,00					2406	3163	4009	4941	5957	7054	8232	9489
5,50						3272	4146	5110	6161	7296	8514	9813
6,00							4275	5269	6353	7523	8779	10119

$d_{1,3}$	b. <i>Formzahltafel</i> (unechte Schaffformzahl $f_s(1,3)$)											
h	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5
2,00	1,5788	1,4402	1,3496	1,2834	1,2315							
2,50		1,2472	1,1688	1,1111	1,0661	1,0298	0,9992					
3,00			1,0387	0,9874	0,9473	0,9153	0,8881	0,8648	0,8444			
3,50				0,8935	0,8577	0,8265	0,8037	0,7827	0,7642	0,7480		
4,00				0,8195	0,7866	0,7598	0,7373	0,7179	0,7010	0,6861	0,6728	
4,50				0,7596	0,7287	0,7040	0,6831	0,6652	0,6495	0,6358	0,6234	0,6122
5,00					0,6808	0,6575	0,6381	0,6213	0,6068	0,5938	0,5823	0,5719
5,50						0,6183	0,5999	0,5842	0,5705	0,5584	0,5475	0,5377
6,00							0,5670	0,5522	0,5393	0,5277	0,5175	0,5082

Bei einer Erweiterung des Geltungsbereiches würde man für $v_{1,3}$ zu kleine, für $v_{0,5}$ zu große Werte erhalten. Folgende Zusammenstellung zeigt jedoch, wie gering der obere (hier ausgeschlossene) Bereich der Verteilung mit Werten besetzt ist:

h	$d_{1,3}$	N
2,00—6,00 m	1,0—6,5 cm	214
> 6,00 m	> 6,5 cm	6

Die sechs Extremwerte stammen sämtlich aus Fläche G, die auf diese Weise den oberen Teil der Gleichung einseitig beeinflusst.

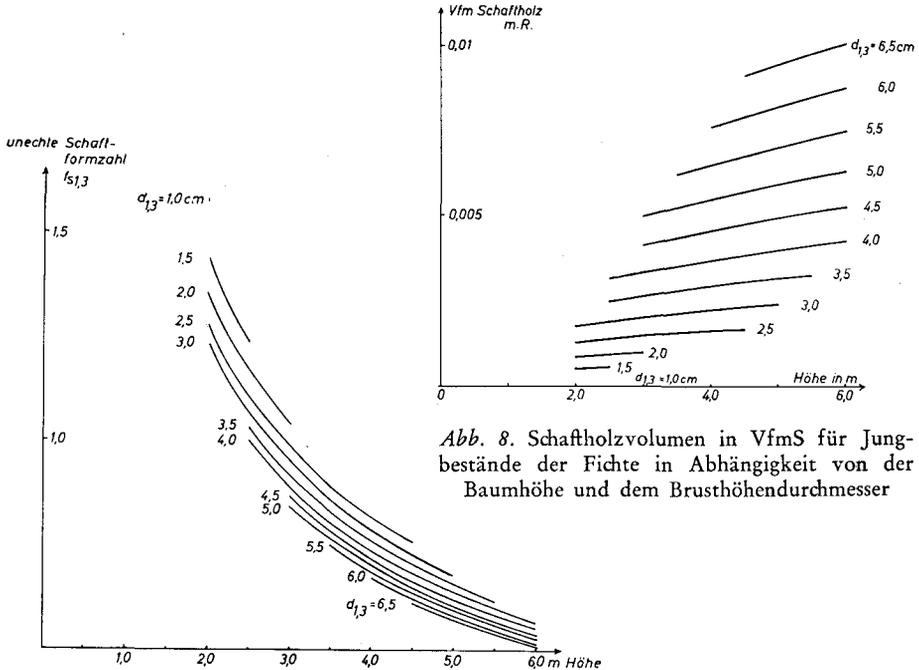


Abb. 8. Schaftholzvolumen in VfmS für Jungbestände der Fichte in Abhängigkeit von der Baumhöhe und dem Brusthöhendurchmesser

Abb. 9. Unechte Schaftformzahl f_s für Jungbestände der Fichte in Abhängigkeit von der Baumhöhe und dem Brusthöhendurchmesser

Literatur

1. ASSMANN, E.: Waldertragskunde. München-Bonn-Wien 1961. — 2. ASSMANN, E.: Einzelbestand und Betriebsklasse. Der Forst- und Holzwirt 1956, **11**, 486-488. — 3. BRUCE, D., und SCHUHMACHER, F.: Forest Mensuration. New York-Toronto-London 1950. — 4. CHAPMAN, M. H., und MEYER, W. H.: Forest Mensuration. New York-Toronto-London 1949. — 5. KER, J. W., und SMITH, J. H. G.: Advantages of the parabolic expression of height-diameter relationships. The Forestry Chronicle 1955. — 6. KER, J. W., und SMITH, J. H. G.: Timber volume depends on D^2H . British Columbia Lumbermann 1957. — 7. LINDER, A.: Statistische Methoden für Naturwissenschaftler, Mediziner und Ingenieure. Basel-Stuttgart 1960. — 8. MÜLLER, G., und ZAHN, E.: Eine gute Ausgleichsfunktion zur Konstruktion von Massentafeln. Forstwiss. Cbl. 1958, **77**, 188-191. — 9. PRODAN, M.: Forstliche Biometrie. München-Bonn-Wien 1961. — 10. SCHMITT, R., und SCHNEIDER, B.: Die Aufstellung von Massentafeln nach der Methode der kleinsten Quadrate. Frankfurt 1959. — 11. SCHUMACHER, F. X., und DOS SANTOS HALL, F.: Logarithmic expression of timber-tree volume. Journal of Agricultural Research 1933.